

Gottlob Frege

*Recensione alla "Filosofia dell'aritmetica" di Edmund Husserl (1894)*

Da "Logica e aritmetica". Scritti raccolti a cura di Corrado Mangione

Boringhieri Torino 1965, pp. 418-437.

[Facciamo terminare questa terza parte del nostro volume con la recensione che Frege dedicò, nel 1894, alla *Filosofia dell'aritmetica* di E. Husserl.<sup>1</sup> Essa è di carattere nettamente diverso dalle due precedenti: da una parte infatti, la sua estensione ci permette di qualificarla come un vero e proprio piccolo saggio "antipsicologista", dall'altra la prospettiva in cui Frege qui si pone è sensibilmente più ampia, in quanto egli non si arresta – come nelle precedenti – a un rapido esame dell'opera, ma ne compie un'indagine dettagliata, elevandosi non di rado a considerazioni logiche di portata generale.

Le pagine che seguono sono senza dubbio fra le più suggestive che Frege abbia scritto. Raggiunta l'anno prima la piena maturità del suo pensiero – *Senso e significato* era stato pubblicato nel 1892, seguito subito dopo (1893) dal primo volume dei *Principi* – egli la rivela qui oltre che nella natura delle critiche mosse al pensiero del primo Husserl, anche nell'esposizione serena ed equilibrata, talvolta garbatamente ironica, di tali critiche; serenità ben lontana ad esempio dall'aspra irruenza delle ultime polemiche che egli condurrà contro i formalisti nel secondo volume dei *Principi* (parte quinta del nostro volume).

Husserl è troppo noto in Italia, perché si pensi qui di dover fare una succinta esposizione del suo pensiero; per quanto riguarda in particolare l'opera presa in esame da Frege, l'estensione stessa e la chiarezza della recensione ci esime da illustrarne in questa sede il contenuto e l'interesse. Ci limitiamo ad osservare – come già si è accennato – che le critiche di Frege costituirono molto probabilmente uno dei fattori determinanti per lo sviluppo del pensiero husserliano dalla prima fase, di impostazione psicologista, alla seconda, più propriamente fenomenologica.

L'opera husserliana di cui qui si tratta apparve come primo di due volumi, il secondo dei quali – che non venne neppure composto – doveva riguardare la semeiotica.]<sup>419</sup>

Nell'introduzione dell'opera l'autore decide di considerare preliminarmente i numeri (*cardinalia*) e inizia con un chiarimento su moltitudine, pluralità, *Inbegriff*,<sup>2</sup> aggregato, raccolta, insieme. Usa queste parole come aventi essenzialmente lo stesso significato; dal quale sarebbe distinto il concetto di numero. Tuttavia il rapporto logico fra numero e moltitudine (p. 9) non risulta completamente chiaro. Per un lato, infatti, si potrebbe concludere una loro uguaglianza estensionale, in base alle seguenti parole: "Il concetto di numero, sia pur solo nel passare attraverso le estensioni dei suoi concetti specifici, i numeri due, tre, quattro, comprende gli stessi fenomeni concreti del concetto di moltitudine"; d'altra parte, moltitudine deve essere più indeterminato e generale di numero. Probabilmente la cosa risulterebbe più chiara se

---

<sup>1</sup> [E.G. HUSSERL, *Philosophie der Arithmetik – Psychologische und logische Untersuchungen*, vol. 1 (Pfeffer, Lipsia 1891); la recensione di Frege apparve nel N. 103 della "Zeitschrift für Philosophie und philosophische Kritik".]

<sup>2</sup> [Questo termine è difficilmente traducibile in italiano: esso può significare l'*astratto* concettuale di una certa classe, la caratteristica più profonda di un certo concetto, oppure può essere usato – come qui fa Frege – quale sinonimo per moltitudine, insieme, mucchio. Abbiamo quindi preferito conservare la dizione tedesca.]

si fosse stabilita una distinzione più precisa fra il cadere sotto un concetto e la subordinazione.<sup>3</sup> In primo luogo si tende ora all'analisi del concetto di moltitudine. Da questo poi, mediante determinazioni, debbono scaturire i numeri determinanti e il concetto generico<sup>4</sup> di numero, che li presuppone. Siamo quindi condotti prima dal generale al particolare, per risalire poi in senso inverso.

*Inbegriffe* sono totalità le cui parti sono collegate collettivamente. Noi dobbiamo avere coscienza di queste parti come osservate in sé. Il collegamento collettivo non consiste nel fatto che i contenuti si trovino contemporaneamente nella coscienza, né nel fatto che essi vi subentrino uno dopo l'altro. Neppure lo spazio, come forma onni-comprendiva, rende ragione della riunione. Il collegamento consiste (43) nell'atto unificante stesso. "Non sussiste però, accanto all'atto, un contenuto correlativo distinto dall'atto stesso come suo risultato creativo." Il collegamento collettivo è una relazione *sui generis*. A questo <sup>420</sup> punto viene spiegato, in accordo con John Stuart Mill, che cosa debba intendersi per "relazione", e precisamente lo stato di coscienza o il fenomeno (espressioni queste che debbono coincidere nell'estensione del loro significato), nel quale sono compresi, quali fondamenti della relazione, i contenuti considerati (70). Viene quindi introdotta la distinzione fra relazioni primarie e relazioni psichiche. Qui ci interessano particolarmente solo queste ultime. "Se un atto psichico unificante si dirige su più contenuti, è in considerazione di esso che questi sono collegati o correlati fra loro. Se compiamo un tale atto, allora è naturale che noi cercheremmo invano una relazione o un collegamento nel contenuto della rappresentazione che esso comprende (se infatti ci fosse, esisterebbe ancora una relazione primaria, oltre al predetto atto unificante). I contenuti sono qui unificati soltanto attraverso l'atto, e solo con una riflessione particolare su di esso può venire osservata questa unificazione" (73). Di questo stesso tipo è anche la relazione di diversità, con la quale si mettono in relazione due contenuti, mediante un evidente giudizio negativo (74). L'uguaglianza, al contrario, è una relazione primaria (77). (Di conseguenza dovrebbe essere tale anche la coincidenza completa, mentre la sua negazione, che è proprio la diversità, sarebbe urta relazione psichica. Manca qui la distinzione fra la relazione di diversità e il collegamento collettivo – che secondo l'opinione dell'autore è esso pure una relazione psichica – in quanto risulta intuitivo che in tale collegamento non può venire osservata alcuna unificazione nel contenuto della rappresentazione.) Se si parla di contenuti "privi di nessi reciproci", allora essi vengono semplicemente pensati "insieme", cioè pensati come *Inbegriff*. "In realtà però, essi non sono affatto senza collegamento o senza relazioni. Al contrario, essi sono collegati mediante l'atto psichico che li riunisce. Soltanto nel contenuto di questo atto manca ogni unificazione osservabile" (78). La congiunzione "e" fissa in modo completamente appropriato la circostanza che dati contenuti siano collegati in modo collettivo (81). "Una rappresentazione ... cade sotto il concetto di moltitudine, in quanto collega in modo collettivo certi contenuti osservati" (82). (Qui con

---

<sup>3</sup> [Il cadere *sotto* un concetto, o sussunzione, è una relazione che intercorre esclusivamente fra oggetti da una parte e concetti di primo grado dall'altra; la subordinazione invece, o cadere in un concetto, è una relazione che ha luogo esclusivamente fra concetti, quando uno di essi cade *in* un altro grado superiore. Per una esposizione estremamente chiara della teoria freghiana del concetto si veda la lettera a Liebmann, nella parte quarta del presente volume; per una discussione più ampia e approfondita si confronti l'articolo *Oggetto e concetto*. Per una prima delineazione del problema si confronti il paragrafo 53 dei *Fondamenti* e p. 289, n. 2.]

<sup>4</sup> [Ossia del numero in quanto genere.]

“rappresentazione” sembra venir inteso un atto.) “Moltitudine in generale ... è null’altro che: una certa cosa e una certa cosa e una certa cosa ecc.; oppure un qualche uno e un qualche uno e un qualche uno ecc.; più brevemente: <sup>421</sup> uno e uno e uno ecc.” (85). Se togliamo l’indeterminazione, che è contenuta nell’”ecc.”, otteniamo i numeri uno e uno; uno, uno e uno; uno, uno, uno e uno; e così via. Giungiamo anche direttamente a questi concetti, partendo da moltitudini concrete arbitrarie; ognuna di esse, infatti, cade sotto uno, e precisamente uno, di questi concetti (87). Astraiamo, a questo scopo, dalla speciale particolarità dei singoli contenuti compresi nella moltitudine, riteniamo solo quelli di essere un qualcosa o uno, e otteniamo così, in considerazione del collegamento collettivo dei contenuti stessi, la forma generale della moltitudine, corrispondente alla moltitudine data innanzi a noi; cioè il numero corrispondente (88). In questa astrazione numerica è implicito un completo sfumare dei contenuti (100). Non potremmo spiegare altrimenti il concetto generale di numero, se non indicando la similitudine di tutti i concetti di numero fra loro (88).

Dopo aver brevemente esposto i pensieri fondamentali della prima parte, voglio ora caratterizzare, in generale, questo tipo di considerazioni. Siamo di fronte a un tentativo di giustificare per via scientifica un modo ingenuo di concepire il numero. Chiamo ingenua ogni opinione secondo la quale l’attribuzione di un numero non è un’affermazione intorno a un concetto o all’estensione di un concetto, perché a concezioni siffatte si è indotti, con una certa necessità, proprio all’atto della prima riflessione sul numero. Ora, una concezione può dirsi propriamente ingenua solo finché restano ignote le difficoltà a essa contrarie, cosa che non si verifica del tutto per l’autore. L’opinione più ingenua è quella che ritiene il numero qualcosa come un mucchio, uno sciame, nel quale le cose sono contenute con tutte le loro qualità. Ne segue la concezione del numero come una proprietà di un mucchio, di un aggregato, o come altrimenti si voglia chiamarlo. A questo punto si avverte la necessità di purificare gli oggetti dalle loro proprietà particolari. Orbene, il tentativo del nostro autore rientra nel novero di quelli che si propongono di operare questa purificazione immergendo gli oggetti nel calderone psicologico, il quale offre il vantaggio che in esso le cose assumono una malleabilità tutta speciale, non cozzano più così rigidamente nello spazio, e lasciano cadere molte scomode proprietà e distinzioni. Il miscuglio, oggi così gradito, di psicologia e logica, serve da buona lisciva a questo scopo. Dapprima tutto diventa rappresentazione. I significati delle <sup>422</sup> parole sono rappresentazioni, è quindi importante, ad esempio per la parola “numero”, produrre la rappresentazione corrispondente, descriverne l’origine e la composizione. Gli oggetti sono rappresentazioni. Così John Stuart Mill, con piena approvazione dell’autore, farebbe rientrare oggetti (*whether physical or mental*) in uno stato di coscienza, come sue parti costitutive (70). Ma la Luna, per esempio, non dovrebbe essere un po’ indigesta per uno stato di coscienza? Dal momento che tutto è rappresentazione, possiamo variare con facilità gli oggetti, concentrando o stornando da essi la nostra attenzione. Particolarmente efficace è quest’ultimo metodo. Badiamo meno a una proprietà ed essa scompare. Così, facendo scomparire una nota caratteristica dopo l’altra, otteniamo concetti sempre più astratti. Anche i concetti sono dunque rappresentazioni, solo un po’ meno complete, degli oggetti; di questi essi conservano ancora le proprietà dalle quali non si è fatta astrazione. La disattenzione è una forza logica della più alta efficacia; si spiega così, probabilmente, la distrazione dei dotti. Supponiamo, per esempio, che siano seduti davanti a noi, uno accanto all’altro, un gatto nero e uno bianco. Non badiamo al loro colore: essi diventano incolori, restano però ancora vicini. Non badiamo al loro atteggiamento: essi non sono più seduti, senza aver tuttavia assunto una diversa positura; ognuno però sta ancora al suo posto.

Non badiamo più al posto dove sono: essi diventano senza posto (*ortlos*), rimanendo peraltro ancora ben separati. In questo modo abbiamo forse ottenuto da ognuno di essi un concetto generale di gatto. Ogni oggetto, con prolungata applicazione di questo procedimento, si trasforma in un fantasma sempre più esangue. In definitiva, otteniamo così da ogni oggetto un qualcosa di completamente evanescente come contenuto; ma il qualcosa ricavato da un oggetto, si distingue tuttavia dal qualcosa ricavato da un altro oggetto, malgrado non sia facile dire in che modo. Un momento, però! Quest'ultimo passaggio al qualcosa appare tuttavia più difficile, per lo meno l'autore parla (86) di riflessione sull'atto psichico del rappresentare. Però, qualunque sia il modo in cui si svolge, in ogni caso il risultato è quello già riferito. Mentre il portare un oggetto sotto un concetto significa soltanto, a mio parere, riconoscere una relazione preesistente al nostro atto, per l'autore invece questo portare altera in modo essenziale gli oggetti, sicché tutti gli oggetti portati sotto uno stesso concetto, <sup>423</sup> divengono fra loro più simili. Forse la cosa può concepirsi anche nel senso che per ogni oggetto si origini una nuova rappresentazione, nella quale vengono a mancare tutte le determinazioni che non ricorrono nel concetto. Scompare con ciò la distinzione fra concetto e rappresentazione, fra rappresentare e pensare. Tutto si svolge nel soggettivo. Ma proprio per il fatto che viene cancellato il confine fra soggettivo e oggettivo, anche il soggettivo, viceversa, assume l'aspetto dell'oggettivo. Si parla ad esempio di questa o di quella rappresentazione, come se essa si lasciasse vedere pubblicamente, disgiunta dal soggetto che ha tale rappresentazione. Eppure nessuno ha le rappresentazioni di un altro, bensì solo la sua particolare e parimenti nessuno può sapere fino a che punto la sua rappresentazione – mettiamo del rosso – coincida con quella di un altro; non posso infatti esternare la caratteristica particolare della rappresentazione che io collego alla parola "rosso". Per poterle confrontare, le rappresentazioni dell'uno e dell'altro dovrebbero essere state riunite nella stessa coscienza, e dovrebbe risultare certo che in questo passaggio esse non siano mutate. Per i pensieri, la cosa è del tutto diversa: uno stesso e identico pensiero può essere colto da molti uomini. Le parti del pensiero, e tanto più le cose stesse, vanno distinte dalle rappresentazioni che accompagnano in uno spirito la concezione di un pensiero, e che ognuno si fa delle cose. Ora, dal momento che nella parola "rappresentazione" si riuniscono soggettivo e oggettivo, si cancella il loro confine, sicché a volte una rappresentazione nel vero senso della parola viene trattata come qualcosa di oggettivo, a volte invece si tratta qualcosa di oggettivo come una rappresentazione. Così, per l'autore, l'*Inbegriff* (l'insieme, la moltitudine) compare ora come rappresentazione (15, 17, 24, 82), ora come ente oggettivo (10 e 11, 235). Ma, in fondo, non è un diletto innocente chiamare la Luna, per esempio, una rappresentazione? Certo! Fintanto però che non si presuma di poterla arbitrariamente trasformare o generare con mezzi psicologici. Pur tuttavia è questa la troppo facile conseguenza.

Partendo dal modo di pensare logico-psicologico ora caratterizzato, è facile capire quale sia il parere dell'autore sulle definizioni. Un esempio tratto dalla geometria elementare può chiarirlo. In questa disciplina si suole definire: "Un angolo retto è un angolo che è uguale al suo adiacente." A questo proposito l'autore direbbe, probabilmente: "La <sup>424</sup> rappresentazione dell'essere ad angolo retto è semplice: per la qual cosa è completamente erroneo volerne dare una definizione. Nella nostra rappresentazione dell'essere ad angolo retto, non rientra assolutamente la relazione con l'angolo adiacente. È certamente esatto affermare: i concetti 'angolo retto' e 'angolo che è uguale al suo adiacente' hanno uguale estensione; ma non è vero che essi abbiano anche lo stesso contenuto. Si è definita l'estensione del concetto, invece del suo contenuto. Se la definizione fosse giusta, allora ogni asserzione sull'esser ad

angolo retto riguarderebbe sempre e soltanto il rapporto con un altro angolo, invece di riguardare come tale la coppia di lati che è concretamente presente. Tutto quanto posso concedere è (114) che l'uguaglianza con l'angolo adiacente costituisca un criterio necessario e sufficiente per l'essere ad angolo retto." L'autore giudica in modo analogo la definizione di uguaglianza numerica ottenuta per mezzo del concetto di corrispondenza biunivoca. "Il criterio più semplice per stabilire l'uguaglianza dei numeri consiste proprio nell'ottenere *il medesimo* numero dal conteggio degli insiemi da confrontare" (115). Naturalmente! Il modo più semplice per esaminare l'essere ad angolo retto consiste nel servirsi di un rapportatore. L'autore dimentica che lo stesso conteggio testé accennato si basa proprio su una corrispondenza biunivoca, precisamente quella che intercorre fra i termini numerici (*Zalhwörter*) da 1 a  $n$  e gli oggetti dell'insieme. Ognuno dei due insiemi va contato. Con questo procedimento la cosa diventa meno semplice che se noi consideriamo una relazione la quale faccia corrispondere fra loro gli oggetti dei due insiemi, senza l'uso della numerazione. Se le parole e i nessi di parole significano rappresentazioni, dati due qualunque di essi sono possibili due soli casi: o denotano la stessa rappresentazione o denotano rappresentazioni distinte. Nel primo caso il porli uguali a mezzo di una definizione è inutile, è un "circolo palese" nel secondo caso è falso. Queste sono anche le obiezioni, alle quali suoi ricorrere il nostro autore. Neppure ad analizzare il senso possiamo far uso di una definizione; infatti il senso analizzato non è più l'originario. O, con la parola da spiegare, penso chiaramente tutto quello che penso con l'espressione definiente, e allora abbiamo il "circolo palese"; oppure l'espressione definiente ha un senso più riccamente articolato e allora con essa non penso la stessa cosa che con la parola <sup>425</sup> da spiegare: in tal caso la definizione è falsa. Si dovrebbe pensare, tuttavia, che la definizione fosse esente da obiezioni per lo meno nel caso in cui la parola da spiegarsi non avesse assolutamente alcun senso – o quando si richiede espressamente di considerare questo senso come non esistente – poiché in tal modo essa ne acquisterebbe uno soltanto per mezzo della definizione. Ma anche in quest'ultimo caso (107) l'autore confuta la definizione facendo appello alla diversità delle rappresentazioni. Dopo di che, per sfuggire a ogni obiezione, si dovrebbe proprio creare una nuova radice linguistica e formare da questa una parola nuova. Si evidenzia qui una divergenza fra i logici psicologici e i matematici. Ai primi interessano il senso delle parole e le rappresentazioni, che essi non distinguono dal senso, ai secondi invece interessa la cosa stessa, il significato delle parole.<sup>5</sup> L'obiezione che venga definito non il concetto, ma la sua estensione, colpisce a rigore tutte le definizioni della matematica. Per il matematico è perfettamente equivalente definire una sezione conica come curva ottenuta dalla intersezione di un piano con una superficie conica circolare, o definirla invece come curva piana la cui equazione, in un sistema di assi coordinati, sia di secondo grado. Quale delle due, o di altre ancora, egli scelga, dipende solo da questioni di convenienza, sebbene le anzidette espressioni non abbiano lo stesso senso, né provochino rappresentazioni identiche. Con questo non intendo asserire che concetto ed estensione di un concetto coincidano; ma che la coincidenza delle estensioni sia indicazione necessaria e sufficiente affinché abbia luogo fra i concetti la relazione che corrisponde all'uguaglianza per gli oggetti.<sup>6</sup>

---

<sup>5</sup> Prego di confrontare, sull'argomento, il mio articolo *Senso e significato*, apparso in questo periodico.

<sup>6</sup> In senso vero e proprio, questa relazione non ha infatti luogo per i concetti. Si confronti il mio articolo *Oggetto e concetto* pubblicato nel periodico per la filosofia

Osservo qui che adopero la parola “uguale”, senza ulteriori specificazioni, nel senso di “non diverso”, “coincidente”, “identico”. Come per le definizioni, ai logici psicologici difetta in generale la comprensione per l’uguaglianza; questa relazione non può rimanere per loro che qualcosa di completamente misterioso; se infatti le parole denotassero in tutto e per tutto delle rappresentazioni, non si potrebbe mai dire “A è lo stesso di B”; infatti, per poterlo fare, si dovrebbe già distinguere A da B, e allora esse sarebbero <sup>426</sup> appunto rappresentazioni distinte. Concordo nondimeno con l’autore, sia pure per ragioni diverse dalle sue, sul fatto che la spiegazione di Leibniz “*eadem sunt, quorum unum potest substitui alteri salva veritate*” non meriti di essere chiamata definizione. Dato che ogni definizione è un’uguaglianza, non può definirsi l’uguaglianza stessa. Quella spiegazione leibniziana potrebbe esser chiamata principio che esprime l’essenza della relazione di uguaglianza ed è, come tale, di importanza fondamentale. La spiegazione dell’autore (108) “Di contenuti qualsiasi diciamo semplicemente che sono fra loro uguali, se l’uguaglianza sussiste in quei caratteri che formano esattamente il centro dell’interesse”, non mi va assolutamente a genio.

Affrontiamo ora più da vicino i particolari! L’autore è dell’opinione che l’attribuzione di un numero riguardi l’*Inbegriff* (l’insieme, la moltitudine) degli oggetti contati (185). Un tale *Inbegriff* trova la sua espressione perfettamente appropriata nella congiunzione “e”. Di conseguenza ci si dovrebbe aspettare che tutte le attribuzioni numeriche avessero la forma “A e B e C e... Q è n” o che, per lo meno, potessero venir riportate a questa. Ma cosa ricaviamo, in effetti, per mezzo della proposizione “Berlino e Dresda e Monaco sono tre” ovvero, il che deve essere lo stesso, “Berlino e Dresda e Monaco sono qualcosa e qualcosa e qualcosa”? Chi potrebbe prendersi la pena di rivolgere una domanda, per ottenere una risposta di questo genere? Con questo non si vuol certo dire che Berlino è diverso da Dresda, questa da Monaco e Monaco da Berlino, e in effetti, per lo meno nella seconda forma, non viene stabilita né la diversità di Berlino e Dresda, né la loro uguaglianza. È tuttavia singolare che questa forma di affermazione numerica non ricorra quasi mai nella vita, e, se ricorre, non venga pensata quale attribuzione di un numero. Trovo che essa venga usata appropriatamente solo in due casi: nel primo, col termine numerico “due”; per esprimere diversità – “Rape e colza sono due” – nel secondo, col termine numerico “uno”, per esprimere uguaglianza – “Io e mio padre siamo uno.” – Questo esempio è particolarmente infausto, in quanto, secondo l’autore, si dovrebbe dire “sono qualcosa e qualcosa”, oppure “sono due”. In realtà, non chiediamo “quanti sono Cesare e Pompeo e Londra e Edimburgo” o “quanto è Gran Bretagna e Irlanda”, e sono curioso di sapere cosa risponderebbe l’autore a queste domande. <sup>427</sup> Si chiede, al contrario, per esempio “Quante lune ha Marte?”, oppure “Qual è il numero delle lune di Marte?” e, attraverso la risposta “Il numero delle lune di Marte è due”, si viene a sapere qualcosa su cui vale la pena di interrogare. Vediamo dunque che tanto nella domanda, quanto nella risposta, interviene, invece dell’“e” richiesto dall’autore, un’espressione concettuale o una denotazione complessiva di concetti. Come si trae d’impaccio l’autore? Egli dice che il numero spetta all’estensione del concetto, cioè all’*Inbegriff*. “Solo indirettamente si può dire tutt’al più che il concetto gode della proprietà ... che il numero spetta alla sua estensione” (189). Con ciò è propriamente concesso tutto quanto asserisco io: nella attribuzione di un numero viene asserito qualcosa di un concetto. Non discuterò sul fatto se l’affermazione verta direttamente sul concetto e indirettamente sulla sua estensione, o indirettamente sul concetto e

direttamente sull'estensione; infatti, con l'una cosa succede anche l'altra. Tanto è certo: che direttamente non vengono denotati né l'estensione di un concetto né un *Inbegriff* ma viene denotato solo un concetto. Orbene, se l'autore usasse l'espressione "estensione di un concetto" nel mio stesso senso, avremmo opinioni di poco diverse sul senso dell'attribuzione di un numero. Il fatto è che questo non succede: infatti l'estensione di un concetto non è un *Inbegriff* nel senso dell'autore. Un concetto sotto il quale cada un solo oggetto ha un'estensione altrettanto determinata quanto un concetto sotto cui non cada alcun oggetto, o sotto cui ne cadano infiniti, casi nei quali, per Husserl, non esiste proprio alcun *Inbegriff*. Il senso delle parole "estensione del concetto di luna di Marte" è diverso da quello delle parole "Deimos e Febo" e la proposizione "il numero di Deimos e Febo è due", se contiene, in generale, un pensiero, lo contiene certamente diverso da quello della proposizione "il numero delle lune di Marte è due". Ora, dal momento che non si usa mai una proposizione di quella forma per fare un'attribuzione numerica, l'autore non ha colto il senso ditale attribuzione.

Consideriamo adesso un po' da vicino le pretese origini di un *Inbegriff* (77 e seguenti). Debbo confessare che non mi è riuscito di formarmi un *Inbegriff* secondo le istruzioni dell'autore. Col collegamento collettivo, i contenuti debbono venir pensati o rappresentati semplicemente insieme, senza che venga rappresentata una loro qualunque relazione<sup>428</sup> o un loro qualsiasi nesso (79). A me questo non è possibile. Non riesco a rappresentarmi contemporaneamente il rosso, la luna e Napoleone senza alcun collegamento fra loro; per esempio, il rosso di un villaggio che brucia, dal quale si stacchi la figura di Napoleone, illuminato a destra dalla luna. Ciò che mi è presente contemporaneamente, me lo rappresento come un tutto; e non posso prescindere dal collegamento, senza appunto perdere questo tutto. Presumo che nel mio spirito non esista affatto ciò che l'autore chiama "*Inbegriff*", "insieme", "moltitudine", e cioè una rappresentazione di parti di cui non viene simultaneamente rappresentata l'unificazione, malgrado che essa esista. Così non fa meraviglia che Husserl stesso dica più oltre (242), a proposito di un insieme, che esso possiede un momento figurativo, una struttura, che lo caratterizza come un tutto. Egli parla (235) di successioni, sciame, catene, mucchi, come tipi particolari d'insieme. E nella rappresentazione di uno sciame non dovrebbe essere osservabile alcuna unificazione? Oppure questa unificazione è presente accanto al collegamento collettivo? Ma allora essa non riguarderebbe l'*Inbegriff* e il "momento figurativo" non potrebbe servire a distinguere i vari tipi d'insieme. Come giunge l'autore alla sua opinione? Probabilmente perché in corrispondenza alle parole e ai nessi di parole cerca rappresentazioni determinate come loro significati. Quindi anche al nesso di parole "rosso e la luna e Napoleone", dovrebbe corrispondere una rappresentazione totale, e poiché il semplice "e" non esprime proprio alcuna relazione o unificazione rappresentabili, nessuno di tali nessi potrebbe venir rappresentato. A questo si aggiunge ancora quanto segue. Se l'unificazione delle parti venisse rappresentata insieme con esse, quasi tutte le nostre rappresentazioni sarebbero *Inbegriff* per esempio lo sarebbe la rappresentazione di una casa altrettanto bene quanto quella di uno o di un mucchio; tuttavia, in questo caso, è facile osservare che un numero come proprietà di una casa o della rappresentazione di una casa sarebbe qualcosa di assurdo.

L'Autore stesso trova una difficoltà nell'astrazione che fornisce il concetto generale di *Inbegriff* (84): "Bisogna astrarre completamente... dalle particolarità dei singoli contenuti collegati, ma contemporaneamente stabilire bene il loro collegamento. In questo sembra insita una difficoltà, se non addirittura un'impossibilità psicologica. Se facciamo<sup>429</sup> sul serio quell'astrazione, anche il

collegamento collettivo, invece di rimanere come estratto concettuale, scompare assieme ai contenuti singoli. La soluzione non è lontana. Astrarre da qualcosa significa semplicemente: non badare a essa in modo particolare.”

Il nocciolo di questa esposizione sta evidentemente nelle parole “in modo particolare”. La disattenzione è una lisciva molto penetrante, che non va usata troppo concentrata, affinché non dissolva il tutto, ma neppure troppo diluita, affinché produca una variazione sufficiente. Tutto si riduce quindi al giusto grado di diluizione, che è difficile da cogliere; a me per lo meno non è riuscito.

Tuttavia, dal momento che l'autore, in definitiva, concorda fundamentalmente con me sul fatto che nell'attribuzione di un numero sia contenuta un'affermazione intorno a un concetto, posso esimermi dall'indagare più da vicino le sue ragioni contrarie. Voglio solo far notare che egli non ha compreso la mia distinzione fra note caratteristiche e proprietà;<sup>7</sup> della qual cosa non è da meravigliarsi, visto il suo modo logico-psicologico di concepire. Così egli giunge al punto di ascrivermi l'opinione che, con l'attribuzione numerica, si tratti di effettuare una determinazione, una precisazione del concetto. Nulla mi è mai stato più estraneo.

Gli scogli pericolosi per le vedute ingenuie sull'essenza del numero, in particolare per quella psicologica, sono tre. Il primo sta nel modo di poter conciliare l'uguaglianza delle unità col loro essere distinte. Il secondo è costituito dai numeri zero e uno, il terzo dai numeri grandi. Esaminiamo come l'autore cerchi di superare questi scogli. Per il primo riporta (156) le mie parole: “Se cerchiamo di far sorgere il numero dalla riunione di vari oggetti, otteniamo un mucchio, in cui ciascun oggetto conserva le sue proprietà caratteristiche che lo differenziano dagli altri, e questo non è il numero. Se invece cerchiamo di far sorgere il numero dalla riunione di entità uguali, otteniamo sempre soltanto l'uno e non mai la moltitudine.”<sup>8</sup> È chiaro che qui ho usato la parola “uguale” nel senso di “non diverso”. Non mi tocca quindi il rimprovero dell'autore,<sup>430</sup> secondo il quale avrei scambiato l'uguaglianza con l'identità. Husserl tenta di rintuzzare l'obiezione con la sua uguaglianza sfumata: “Sotto un certo aspetto ha luogo proprio l'uguaglianza, sotto un altro la diversità ... . Solo se l'espressione ‘riunione di entità uguali’, con la quale si vuol descrivere l'originarsi del numero, richiedesse l'uguaglianza assoluta – cosa che Frege falsamente suppone – si presenterebbe qui una difficoltà, o meglio, un'impossibilità” (164 e 165). Orbene, se l'uguaglianza non è assoluta, gli oggetti si distinguono per qualcuna delle proprietà con le quali entrano in riunione. Si confronti ora con quanto segue: “L'uguaglianza delle unità, come risulta dalla nostra teoria psicologica, è evidentemente assoluta. Certo, il semplice pensiero di un accostamento è già assurdo. Si tratta invero di uguaglianza di contenuti in rapporto al fatto che essi sono contenuti” (168). Il numero, secondo l'autore, è costituito da unità (149). Qui egli, con “unità”, intende un “termine di una moltitudine concreta, alla quale sia applicata l'astrazione numerica” o un “oggetto contato come tale”. Riunendo tutto quanto abbiamo detto, ci sarà molto difficile farci una idea chiara sull'opinione dell'autore. Dapprima gli oggetti sono evidentemente distinti; indi diventano assolutamente uguali fra loro in virtù dell'astrazione; ma questa uguaglianza assoluta deve aver luogo solo in rapporto al

---

<sup>7</sup> [Come è noto, Frege chiama “note caratteristiche” di un concetto i concetti parziali che concorrono a determinarlo, ossia le proprietà possedute da un oggetto che cade sotto il concetto stesso; mentre le “proprietà” di un concetto si riferiscono direttamente al concetto in quanto tale. Si confronti la lettera a Liebmann, nella parte quarta del presente volume.]

<sup>8</sup> [I fondamenti dell'aritmetica, § 39.]



fatto che essi sono dei contenuti. Sarei costretto a pensare che questa uguaglianza sia però ben lungi dall'essere assoluta. Tuttavia, come che sia, il numero consiste di queste unità assolutamente uguali, e allora subentra quell'impossibilità che l'autore stesso rileva. Si deve dunque supporre che quell'astrazione, quel portare sotto il concetto del qualcosa, produca una variazione, faccia sì che gli oggetti pensati con la mediazione di questo concetto – le unità assolutamente uguali, per l'appunto – siano diversi dagli oggetti originari, altrimenti non si assomiglierebbero certamente più di tali originali, e quest'astrazione sarebbe inutile. Dobbiamo ammettere che le unità assolutamente uguali non si originino primieramente col portare sotto il concetto del qualcosa, sia che esse provengano da oggetti distinti per mezzo di una loro metamorfosi, sia che compaiano di bel nuovo accanto a essi. Si dovrebbe dunque pensare che, accanto agli altri oggetti, esistano anche unità, che esistano insieme di unità accanto a insieme di mele. A questa cosa però l'autore si oppone nel modo più vivace (139). L'astrazione <sup>431</sup> numerica ha proprio la meravigliosa e molto feconda caratteristica di rendere le cose assolutamente uguali, senza peraltro variarle. Cose simili sono appunto possibili solo nel calderone psicologico. Se l'autore ha effettivamente evitato questo primo scoglio, ebbene ciò gli è riuscito molto più nell'ambito della magia che non in quello della scienza.

Più oltre Husserl cita le mie parole (156): “Denotando col simbolo 1 ciascuno degli oggetti da contare, commettiamo un errore, perché diamo l'identico nome a oggetti diversi. Aggiungendo all'1 vari indici, otteniamo un simbolo che non può più servire per l'aritmetica.”<sup>9</sup> Ciò viene così annotato da Husserl: “Nondimeno commettiamo questo errore ogni qualvolta impieghiamo un nome comune. Se noi chiamiamo Hans, Kunz, ecc., ciascuno, un *uomo*, questo è lo stesso caso di ‘denotazione erronea’, per mezzo della quale scriviamo 1 ai posto di ogni oggetto da contare.” Se noi denotassimo Hans con un “uomo” e altrettanto Kunz, incapperemmo certo in un errore. Per fortuna, non lo facciamo. Se chiamiamo Hans un uomo, diciamo con questo che Hans cade sotto il concetto *uomo*, ma non scriviamo o diciamo “uomo” invece di “Hans”. Ciò che corrisponde alla proposizione “Hans è un uomo”, sarebbe “Hans è un 1”. Se *A* lo chiamiamo *B*, nel senso di attribuire ad *A* il nome proprio “*B*”, naturalmente possiamo dire dappertutto “*B*” invece di “*A*”: ma allora non possiamo più dare il medesimo nome “*B*” a un altro oggetto. La causa di tale confusione è sicuramente in questa infelice espressione “nome comune”. Questo cosiddetto nome comune – meglio chiamato espressione concettuale – non ha direttamente nulla a che fare con gli oggetti, bensì significa un concetto, e sotto questo concetto possono forse cadere più oggetti; ma esso può anche essere vuoto, senza che per questo la parola concettuale perda parte del suo significato. Ho già discusso a lungo di questo nei miei *Fondamenti dell'aritmetica* (47). È comunque evidente che nessuno, con la proposizione “Tutti gli uomini sono mortali”, vuol affermare qualcosa di un certo condottiero Akpanya del quale probabilmente non ha mai sentito parlare.

Secondo l'autore,  $5+5 = 10$ , è lo stesso di “un (certo, qualunque sia) <sup>432</sup> insieme che cada sotto il concetto cinque, e un certo altro” (perché altro?) “insieme che cada sotto lo stesso concetto, producono, riuniti, un insieme che cade sotto il concetto 10” (202). Per chiarirsi questo fatto il lettore prenda, per esempio, come primo insieme le cinque dita della propria mano destra, come secondo insieme un portapenne e le dita della propria mano destra, a eccezione del pollice. Dobbiamo pensare che l'autore sia andato qui a imparare da O. Biermann?

---

<sup>9</sup> [*Fondamenti dell'aritmetica*, § 39.]

Parliamo ora del secondo scoglio che è costituito dai numeri zero e uno. La prima spiegazione è facilmente trovata; si dice: “Questi non sono assolutamente numeri.” Sorge però la questione di che cosa essi siano. Dice l’autore: sono risposte negative alla domanda “quanti?” (144). Risposte come “mai” alla domanda “quando?”. “Non-molto” oppure ‘nessuna moltitudine’ non è una particolarizzazione del molto.” Forse qualcuno giunge ancora a pensare che neanche due sia una moltitudine ma semplicemente una dualità (dualità in antitesi con pluralità); e che dunque nulla, uno e due, siano le tre risposte negative alla domanda “quanto?”. Come conferma egli potrebbe forse addurre il fatto che due è l’unico numero primo pari. È realmente pretendere molto, il far riguardare come negativa la risposta “una” alla domanda “Quante lune ha la terra?”. Per lo zero la cosa sembra in sé più convincente. E infatti, se alle domande “quando?”, “dove?”, “che cosa?” rispondiamo “mai”, “in nessun luogo”, “niente”, in che modo dobbiamo a rigore concepire queste risposte? Evidentemente non come vere e proprie risposte, ma come rifiuti di dar loro una risposta sotto forma di risposta. Si dice: “Non posso darti un istante, un luogo, un oggetto, del tipo desiderato, perché non ve n’è.” Quella corrispondente per la domanda “quanto?”, sarebbe una risposta di questo genere: “Non posso nominarti un tale numero, perché non ne esiste alcuno.” Ciò ad esempio risponderci, in armonia con la mia concezione circa il senso dell’attribuzione numerica, alla domanda “Quanto è Gran Bretagna e Irlanda?”. Non posso però ritenere che le risposte “uno” oppure “zero” alla domanda “quanto?”, abbiano lo stesso significato della risposta “Un tale numero non esiste”. Come succede che qui esistono due risposte negative? Rispondendo “nessuno” alla domanda “Chi fu il predecessore di Romolo sul trono romano?”, si nega con questo che qualcuno abbia preceduto Romolo. La negazione appartiene <sup>433</sup> quindi al predicato, che non è logicamente corretto confondere con il soggetto grammaticale, sicché in apparenza risulti che “nessuno” denoti un uomo come “Romolo”. Su questa confusione si fonda notoriamente la possibilità di certe deduzioni erronee. Si dovrebbe pensare che tali pericoli si riscontrino anche per lo zero e per l’uno; ma essi vengono usati proprio come tutti gli altri numeri, senza particolari regole cautelative. Donde questa distinzione? Alla domanda “Qual è il numero dei predecessori di Romolo sul trono romano?” la risposta “zero” è altrettanto poco negativa quanto lo sarebbe “due”. Con essa non si nega che un tale numero esista, bensì lo si nomina. L’autore dice: “A ogni unità spetta il numero uno” (170) (buona, come qualità negativa!) e chiama concetti lo zero e l’uno (145). In base a questo si presume che unità e uno siano concetti di estensione uguale. Oppure ogni uno non è un’unità? In che cosa si distinguono i pensieri delle due proposizioni “Hans è uno” e “Hans è un’unità”? A chi spetta ora il numero zero? Innanzitutto abbiamo detto poco fa, con l’autore, “il numero uno”! Qui ci sono ancora molti enigmi non risolti dall’autore; e non posso concedere che egli abbia felicemente superato questo scoglio.

Veniamo ora al terzo scoglio, ai numeri grandi. Se i numeri sono rappresentazioni, la limitatezza della nostra facoltà rappresentativa deve comportare anche una limitazione nel dominio dei numeri. L’autore dice: “Solo in circostanze particolarmente fortunate, possiamo ancora effettivamente rappresentarci moltitudini concrete di circa una dozzina di elementi” (214). E, introdotte a questo punto quale strumento di informazione le rappresentazioni improprie o simboliche, dedica a esse tutta la seconda parte. L’autore deve nondimeno concedere: “Naturalmente neppure ora, sulla via dei puri segni siamo semplicemente illimitati; ma non risentiamo più di questa limitazione...” (274). Col che è ammessa la finitezza del dominio dei numeri. Se i numeri sono rappresentazioni che io, o un altro uomo, possiamo formarci,

ebbene, non possono esservi infiniti numeri e nessun simbolismo può togliere questa nostra limitatezza.

Una rappresentazione simbolica consiste, per l'autore, in una rappresentazione con segni che caratterizzano univocamente quanto ci si vuoi rappresentare (215). “Noi, per esempio, abbiamo una rappresentazione <sup>434</sup> vera e propria dell'aspetto esteriore di una casa, se la osserviamo effettivamente; abbiamo una rappresentazione simbolica se qualcuno ci fornisce le caratteristiche indirette di quella casa: la casa d'angolo fra quella e quell'altra strada, e il lato della strada dove essa sorge.” Questo si riferisce al caso in cui esista qualcosa di oggettivo di cui debbo formarmi una rappresentazione, e quindi questa spiegazione mal si adatta al caso nostro. Supponiamo pure che i numeri, secondo l'autore, siano rappresentazioni, risultati di un processo o di un'attività spirituali (24, 46); ma dov'è l'ente oggettivo in cui un numero è una rappresentazione? Che cosa corrisponde alla casa dell'esempio precedente? Eppure è proprio questo oggetto che fa da collegamento fra una rappresentazione vera e propria e una rappresentazione simbolica, è questo oggetto che autorizza a dire che la rappresentazione simbolica corrisponde a quella vera e propria, e che nel caso di una rappresentazione simbolica viene univocamente caratterizzato per mezzo di segni. Il mescolamento di oggettivo e soggettivo, la circostanza che non si operi mai una chiara distinzione fra espressioni come “Luna” e “rappresentazione della Luna”, spargono una nebbia così impenetrabile, che il tentativo di riuscire a vederci chiaro risulta disperato. Posso soltanto dire che, dell'opinione dell'autore, ho tratto la seguente impressione: Se voglio avere una rappresentazione simbolica, ove non ne abbia una vera e propria, allora *idealizzo* la mia capacità di rappresentazione (251); cioè immagino o mi rappresento di avere una rappresentazione che in effetti non ho né potrei avere; e questa immagine sarebbe la mia rappresentazione simbolica. Così, per esempio, posso formarmi una rappresentazione simbolica per mezzo del segno “15”, immaginando di rappresentarmi un insieme – che sia composto dagli elementi di un primo insieme cui spetti il numero 10 e da quelli di un secondo insieme cui spetti il numero 5 – e applicando poi a esso il procedimento che, secondo l'autore, origina il numero corrispondente. Nelle rappresentazioni simboliche rientrano le rappresentazioni dei segni. “I segni forniti di senso non sono qui del tipo dei segni linguistici, cioè semplici portatori dei concetti. Essi partecipano in modo molto più consistente alle nostre figurazioni simboliche., in modo tale che essi, in definitiva, hanno un'importanza quasi decisiva” (273, analogamente 264). Con ciò l'autore si avvicina considerevolmente alle opinioni di Helmholtz <sup>435</sup> e di Kronecker.<sup>10</sup> Il numero dovrebbe quindi mutare se venissero mutati i segni. Noi avremmo numeri del tutto diversi da quelli degli antichi Greci e Romani. Ma ora, queste rappresentazioni simboliche, avrebbero anche le proprietà che dovrebbero spettare alle rappresentazioni vere e proprie? Per me altrettanto poco quanto è verde la mia rappresentazione di un campo verde. Ora l'autore nota certamente (217) che la rappresentazione vera e propria e una rappresentazione simbolica a essa corrispondente stanno l'una con l'altra nel rapporto di equivalenza logica. “Due concetti sono logicamente equivalenti, se ogni oggetto dell'uno è anche oggetto dell'altro e viceversa.” Dal che si spiega come le rappresentazioni simboliche possano “surrogare” le rappresentazioni vere e proprie a esse corrispondenti. Qui la confusione fra rappresentazioni e concetti è sconcertante per la comprensione. Attenendoci

---

<sup>10</sup> [Circa le opinioni degli autori qui nominati si confronti la breve presentazione di Frege nelle note ai paragrafi 137-156 della sua critica alle teorie dei numeri reali (parte quinta del nostro volume).]

all'esempio della casa d'angolo, presumiamo che qui "l'equivalenza" deve consistere nel fatto che la mia rappresentazione vera e propria e quella simbolica vengono riferite a uno stesso oggetto (appunto quella casa d'angolo). Ma, quando accade che questa possa "surrogare" quella? Presumibilmente quando parlo della casa d'angolo stessa, non della mia rappresentazione. Leggendo questo libro ho potuto valutare con precisione come sia difficile al sole della verità penetrare fra le nebbie che si sollevano dal mescolamento di psicologia e logica. Qui ne vediamo per fortuna un inizio. Qui, con forza vittoriosa, si fa valere il fatto che, in questo campo, poco importa delle nostre rappresentazioni, e che piuttosto ciò di cui ci occupiamo e per cui sono valide le nostre affermazioni è proprio la cosa stessa, che tentiamo di rappresentarci. E tali asserzioni ricorrono spesso in questa seconda parte: ciò è tanto più degno di nota, quanto meno esse si accordano propriamente con l'intero modo di pensare dell'autore. Leggiamo (214): "Se anche non abbiamo un concetto in modo *vero e proprio*, lo abbiamo in modo simbolico." Qui i concetti appaiono come qualcosa di oggettivo e la distinzione fra vero e proprio e simbolico riguarda solo il loro essere dati. Si parla di specie di concetti numerici a noi non accessibili in senso proprio (265), e di numeri effettivi, di numeri in sé, che ci sono inaccessibili in generale (295). Leggiamo (254) di figure simboliche di numero <sup>436</sup> che appartengono a uno e uno stesso numero effettivo. Secondo le vedute dell'autore, dovremmo aspettarci le parole "non esistente" invece della parola "effettivo"; infatti, se il numero fosse una vera e propria rappresentazione, di tali numeri effettivi non ce ne sarebbero affatto. Che cos'altro sono se non oggettivi, questi numeri "in sé" (294), questi numeri "effettivi" completamente indipendenti dal nostro pensiero, numeri che esistono, anche se non sono accessibili? (296). L'autore dice (295): "Un qualunque numero può venire univocamente caratterizzato con molteplici relazioni ad altri, e ognuna di tali caratterizzazioni comporta proprio per questo numero una nuova rappresentazione simbolica." Qui evidentemente il numero oggettivo "in sé" è ciò che nell'esempio della casa d'angolo era appunto la casa d'angolo; non la mia rappresentazione è il numero, ma io mi formo una o più rappresentazioni di uno stesso numero, o almeno tento di farlo. Peccato soltanto che l'autore non mantenga chiaramente distinte le due espressioni "A" e "rappresentazione di A". Se però la mia rappresentazione del numero non è il numero stesso, allora il terreno frana proprio alla base del metodo psicologico di trattazione, almeno fin tanto che si tratti di ricercare l'essenza del numero. Se voglio indagare una rappresentazione, debbo riceverla il più possibile inalterata, cosa questa evidentemente difficile; se al contrario esamino qualcosa di oggettivo, allora le mie rappresentazioni, per buone che esse siano, debbono adattarsi alla cosa, al risultato di questo esame, e quindi, in generale, debbono variare. Si produce una netta distinzione nel metodo di ricerca, a seconda che una rappresentazione numerica stessa sia la cosa da esaminarsi oppure che essa sia soltanto la rappresentazione dell'oggetto vero e proprio. Il metodo dell'autore è adatto solo al primo caso, mentre l'impiego della rappresentazione introdotto per ultimo può avere un significato solo per il secondo. Se un geografo ricevesse da leggere un trattato di oceanografia, nel quale l'origine dei mari venisse spiegata psicologicamente, ne riceverebbe senza dubbio l'impressione che si sarebbe centrato il bersaglio in modo davvero bizzarro. L'identica impressione ho io di quest'opera. Senza dubbio il mare è qualcosa di reale, mentre il numero non lo è; ma ciò non gli impedisce di essere qualcosa di oggettivo; e questo è l'importante.

Leggendo quest'opera ho potuto misurare quanto estesa sia la desolazione <sup>437</sup> provocata dall'intrusione della psicologia nella logica, e ho ritenuto mio compito metterne bene in luce il danno. Degli errori che ho creduto dover mostrare, va fatto

meno carico all'autore che a una malattia filosofica molto estesa. Il mio punto di vista così totalmente diverso, mi rende difficile riconoscergli esattamente i meriti che penso gli spettino nel campo della psicologia, e potrei indirizzare in particolare l'attenzione degli psicologi al capitolo II, dove si parla della possibilità di concezioni istantanee di insieme. Non mi ritengo tuttavia sufficientemente esperto per dare un giudizio in questo campo.