Sulla scommessa di Pascal

Nel XVII secolo assistiamo alla grande transizione epocale: il passaggio dal pensiero ontologico al pensiero epistemologico. Il nuovo pensiero epistemologico si chiama scienza. Il vecchio pensiero ontologico continua a chiamarsi metafisica. Il pensiero scientifico entra in scena con gli esperimenti di Galilei sulla caduta dei gravi, ma chi ne abbozza la prima teoria è Cartesio attraverso un esperimento mentale molto semplice e molto contestato: il dubbio iperbolico. Risultato cartesiano: se sono, è perché penso. Il sapere precede l'essere.

Sono tanti gli aspetti di questa transizione culturale, vera riforma dell'intelletto – per dirla con Spinoza. Ne segnalo solo due ma paradigmatici, perché si collocano sui due versanti, solitamente considerati contrapposti: quello soggettivo e quello oggettivo, il primo ritenuto tipico delle scienze umane, il secondo delle scienze naturali. Intendo la nascita di due calcoli che ruotano attorno a una "cosa" non tanto sconosciuta nell'antichità, ma aborrita: l'infinito. Si tratta del calcolo infinitesimale, che permette di pensare in termini quantitativi il movimento dell'oggetto, e del calcolo delle probabilità, che permette di quantificare il sapere del soggetto in termini di certezza. L'aspetto quantitativo dei calcoli è secondario e non deve velare la qualità del fatto nuovo. L'essenza del calcolo è che permette di affrontare l'innovazione primigenia della modernità, cioè l'entrata in scena dell'infinito. Oggi sull'infinito sappiamo qualcosa, non tutto naturalmente. Sappiamo che si può trattare in modo incompleto e solo con la dovuta prudenza. Conosciamo, infatti, i teoremi di incompletezza dei sistemi sintattici e semantici che lo riguardano. Sappiamo che l'infinito è una struttura non categorica, cioè che si può rappresentare in modo diverso con modelli diversi. Questo sapere faticosamente acquisito invita alla prudenza. Prudenza che decisamente mancò al grande Pascal, che pure dell'infinito scientifico ebbe un'esperienza di prima mano e non poco rilevante, e non sto a discutere i suoi meriti, che non sono in discussione qui: l'invenzione della geometria proiettiva, l'invenzione del calcolo delle probabilità, l'approfondimento del calcolo infinitesimale sono il suo *ktema es aei*.

Fuori dall'ambito scientifico Pascal è conosciuto per l'argomento della scommessa, una sorta di prova dell'esistenza di dio. Leggiamola.

Ebbene, esaminiamo questo punto e cominciamo col dire: "Dio esiste o non esiste". Ma da qual parte inclineremo? La ragione qui non può determinare nulla: a separarci da ciò che cerchiamo c'è di mezzo un caos infinito. Si gioca una partita, all'estremità di questa infinita distanza, e in essa risulterà croce o faccia. Su quale delle due scommetterete? Secondo ragione, non potete dire né l'uno né l'altro; secondo ragione, non potete escludere nessuno dei due casi. Non imputate dunque di errore quelli che hanno compiuto una scelta, perché voi non ne sapete nulla.

No; ma io li biasimo di aver fatto, non quella scelta, ma una scelta: perché, anche se tanto colui che sceglie croce quanto l'altro incorrano in un errore analogo, quel che conta è che tutti e due sono in errore; il partito giusto è di non scommettere affatto.

Sì; ma è necessario scommettere; ciò non è affatto facoltativo, voi siete imbarcato. Quale dei due prenderete, dunque? Vediamo. Poiché scegliere bisogna, vediamo ciò che vi interessa di meno. Voi avete due cose da perdere: il vero e il bene; e due cose da impegnare nel gioco: la vostra ragione e la vostra volontà, la vostra conoscenza e la vostra beatitudine; e la vostra natura ha due cose da fuggire: l'errore e la miseria. La vostra ragione non riceve maggior danno scegliendo l'uno che scegliendo l'altro, perché bisogna scegliere necessariamente. Ecco un punto liquidato. Ma la vostra beatitudine? Pesiamo il guadagno e la perdita, dando a croce il senso che Dio *esiste. Valutiamo questi due casi: se guadagnate, voi guadagnate tutto; se perdete, non perdete niente. Scommettete dunque che egli esiste, senza esitare.*

È magnifico!

E adesso traduciamola in una serie molto semplice di modelli di gioco su cui non è difficile fare due conti.

Modello 1. Paghi 1 per giocare. Si lancia 1 moneta. Se esce C perdi la posta. Se esce T ricevi 2 volte la posta. Guadagno atteso = –1.½ +1.½ = 0.

Modello 2. Paghi 1 per giocare. Si lanciano 2 monete. Se esce una C perdi la posta. Se escono tutte T ricevi 3 volte la posta. Guadagno atteso = –1.¾ + 2.¼ = –¼.

Modello 3. Paghi 1 per giocare. Si lanciano 3 monete. Se esce una C perdi la posta. Se escono tutte T ricevi 4 volte la posta. Guadagno atteso = –1.7/8 + 3.1/8 = –½.

…

Modello *n*. Paghi 1 per giocare. Si lanciano *n* monete. Se esce una C perdi la posta. Se escono tutte T ricevi $(n+1)$ volte la posta. Guadagno atteso = $-1 + (n+1)/2^n$.

Chiaramente, a parte il caso 1, si tratta di un gioco iniquo, perché il guadagno atteso è sempre negativo. Perché qualcuno vorrebbe giocare un gioco in cui sicuramente perde? Certamente per il valore di seduzione dell'alto premio, che cresce proporzionalmente a *n*. Il fatto è che la probabilità dell'evento favorevole a chi gioca decresce in modo più che proporzionale rispetto a *n*, per la precisione in modo geometrico. Cosa succede passando al limite per *n* tendente all'infinito? Il guadagno atteso diventa –1. Cosa significa? Significa che nel lungo periodo quel che punti lo perdi sicuramente. Altro che guadagno infinito! Il paradiso può attendere. Nell'attesa non ci resta che meditare sul potere trascinante dell'illusione di vincere – illusione su cui fondano il loro potere ipnotico tutte le religioni. Come ha dimostrato Freud, l'illusione religiosa ha un grande avvenire, non solo dietro le spalle. Non si può vivere senza illusioni. I nostri pontefici lo sanno. E capitalizzano quel che noi tutti volentieri perdiamo, pur di preservare l'illusione di vincere. Semplificando al massimo: l'illusione è un bene che ha un prezzo, anche se non ti dà nulla in cambio, anzi ti toglie qualcosa. (Tra parentesi, la religione vincerà sempre, perché l'uomo è costruito come una macchina per illudersi).

Ma Pascal è troppo intelligente per essere messo così semplicemente nell'angolo. Mi obietterebbe subito: "Amico mio, tu hai eseguito un passaggio al limite. In tale passaggio tu ti avvicini all'infinito, ma non lo raggiungi mai, perché stai sempre dalla parte del finito, benché sempre più grande. Per paradiso io intendo l'infinito attuale, non l'infinito potenziale di Aristotele. Aristotele non aveva alcuna idea del paradiso. Quindi, non hai ancora smontato la mia scommessa".

Ben venga l'osservazione. L'infinito moderno è attualmente infinito. Non è semplicemente una grandezza più grande di ogni altra grandezza: *id quo maius cogitari nequit*, come la intendeva Anselmo d'Aosta (ma lui si riferiva al monte Bianco, nel senso che dalle parti di Aosta non ci sono montagne più alte del Bianco). L'operazione richiesta da Pascal è ragionevole dal punto di vista topologico. Si tratta di rendere compatta (in pratica chiusa) la retta numerica, aggiungendo un punto all'infinito. La topologia non esisteva ancora ai tempi di Pascal, ma esisteva la geometria proiettiva – che annovera tra l'altro un elegante teorema di Pascal sull'esagono iscritto in una conica – la quale insegna a maneggiare i punti all'infinito, riportandoli al finito. Sono i punti di fuga della prospettiva. Con l'aggiunta del punto all'infinito si può analizzare la scommessa di Pascal con i metodi della moderna teoria dei giochi.

Costruiamo la matrice del gioco. Si tratta di una tabella 2x2. Sulle righe ci sono le mie strategie, sulle colonne le strategie dell'altro. All'incrocio delle righe con le colonne si trovano i guadagni corrispondenti alle strategie adottate da entrambi i giocatori. Io ho due strategie a disposizione: VV e VL, vita virtuosa e vita libertina. L'altro ha due strategie a disposizione: D+ e D–: o mette in campo dio o non lo mette. Ecco come vanno le cose:

	D+	D–	Perdita massima
VV	$+\infty$	0	0
VL	$-\infty$	0	$-\infty$

Le combinazioni sono quattro e solo quattro. Se scelgo la vita virtuosa e dio esiste, guadagno l'infinito, cioè il paradiso. Se scelgo la vita virtuosa e dio non esiste non perdo nulla. Se scelgo la vita libertina e dio esiste guadagno l'infinito negativo, cioè l'inferno. Se scelgo la vita libertina e dio non esiste non perdo nulla. Come si analizza questa casistica? Von Neumann propone come criterio di razionalità il cosiddetto criterio minimax. Cioè? Si tratta di *min*imizzare la perdita *mas*sima. Come si calcola? Per ogni mia strategia calcolo la perdita massima possibile. (Che esiste, essendo il numero delle strategie dell'altro finito). In questo caso le perdite massime possibili sono 0 e $-\infty$. Qual è la perdita minima? Ovviamente 0. In corrispondenza di quale mia strategia si trova la minima perdita massima? In corrispondenza della vita virtuosa, che risolve il gioco per me.

Ma ecco la domanda che Pascal non si pose. Cosa conviene fare all'altro? Mettere in campo dio, sì o no? Dualmente rispetto a me, all'altro conviene prudenzialmente adottare un criterio maximin, cioè rendere massima la minima vincita. Insomma all'altro non conviene vincere troppo, accontentandosi di una vincita minore ma più sicura. Le vincite minime dell'altro sono ancora $-\infty$ e 0. Chiaramente la massima è 0. Ma come può l'altro ottenere la vincita 0? Adottando la strategia D–. Insomma, all'altro conviene non mettere in gioco dio con il suo carico di infinito attuale e noi possiamo capirlo. Predisporre un dio infinito potrebbe costare molto. Il gioco finalmente si risolve con l'accoppiamento delle strategie (VV, D–), che non scontentano nessuno dei due giocatori.

Tanto rumore per nulla. Conviene continuare a essere virtuosi *etsi deus non daretur*, con buona pace per le intenzioni apologetiche di Pascal. Il quale, prima di riposare in pace, deve, tuttavia, pagare ancora un debito. Primo, come si calcola la probabilità dell'evento infinito? Secondo, come si calcola il guadagno atteso nel caso infinito? La domande non sono impertinenti, essendo rivolte al fondatore del calcolo delle probabilità, che insegnò al Cavalier de Méré il modo di ripartire equamente le poste nel caso di interruzione di un gioco potenzialmente infinito.

Per concludere definitivamente il discorso, torniamo ai giochi della serie precedente. Fino all'infinito il guadagno atteso è -1, come abbiamo visto. Nel caso esatto dell'infinito la probabilità associata non può essere superiore a $1/\infty$. Il guadagno sarà allora $\infty.1/\infty$. Questa formula è indeterminata. Pascal non avrebbe saputo calcolarne il valore. In effetti, si pone un problema non da poco. Per calcolare il limite di un rapporto indeterminato oggi applichiamo la regola di de l'Hospital (in realtà di Bernoulli), che in questo caso darebbe 1. 1 è ben lontano da infinito, caro Pascal. Tuttavia, neanche questo valore è corretto, perché i due infiniti a numeratore e a denominatore sono eterogenei. L'infinito al denominatore è infatti "più infinito" di quello al numeratore, essendo l'infinito di tutte le successioni infinite, tra le quali una sola è vincente, quella formata da infinite T. Torniamo al guadagno atteso uguale a 0. Puntando sull'infinito non si guadagna nulla. Resta la perdita certa del caso finito: -1.

Blaise, ne t'abêtir pas. La tua prova dell'esistenza di dio, semiontologica e semiepistemologica com'è, sembra ben congegnata, ma non regge all'analisi. Tanto meno prova la convenienza a scommettere su dio. Prova solo che in chi gioca esiste una profonda volontà di perdere. Eufemisticamente i filosofi la chiameranno volontà di potenza. Ma i veri potenti sono e resteranno solo loro, i presbiteri. Sono loro che hanno capito il trucco del gioco e si prendono gioco anche di geni come Pascal.